

科目：材料力学

注意：①文字式で答える問題では，円周率は π ，重力加速度は g を用いること．
②数値で答える問題では，平方根や円周率等に以下の数値を用いること．
 $\sqrt{2} = 1.41$ ， $\sqrt{3} = 1.73$ ， $\pi = 3.14$
③数値で計算する問題において単位が必要な場合は，解答欄に必要な単位を記述すること．
④解答用紙には導出過程も記述すること．

問 1 直径 $d = 10 \text{ mm}$ ，長さ $\ell = 200 \text{ mm}$ の丸棒に引張負荷 P を加えた． $P_1 = 6.28 \text{ kN}$ の負荷を加えたとき， $\lambda_1 = 80.0 \text{ }\mu\text{m}$ の伸びを生じた．次の各問いに答えなさい．（25点，各5点）

- (1) この棒に作用する応力 σ_1 を問題文に示した文字を用いて文字式で示しなさい．
- (2) この棒に生じたひずみ ε_1 を問題文に示した文字を用いて文字式で示しなさい．
- (3) この棒の縦弾性係数 E は何 GPa か．縦弾性係数 E を計算し数値で答えなさい．
- (4) 使用した材料の降伏応力は 400 MPa であることがわかっている．この棒が降伏応力に達する引張負荷 P_Y は何 kN か． P_Y を計算し数値で答えなさい．
- (5) 降伏応力を設計の基準強さとし，安全率を $\alpha = 2$ とするとき，設計上この棒に加え得る許容荷重 P_a は何 kN となるか．許容荷重 P_a を計算し数値で答えなさい．

令和 8 年度 創造工学専攻 学力検査問題

問 2 図 1 は剛体壁 AB の間に段付き丸棒を固定した状態を表しており、図のように点 C に段を有する。いま、点 C に外力 F を加えたとき、固定端 A, B にはそれぞれ反力 R_A , R_B を生じる。この反力 R_A , R_B を以下の問いに従って求めなさい。ただし、AC 間の直径と長さを d_a , l_a , BC 間の直径と長さを d_b , l_b , 材料の縦弾性係数を E とする。(25 点)

- (1) 外力 F , および反力 R_A , R_B の間に成り立つ関係式を文字式で表しなさい。(5 点)
- (2) AC 間では圧縮変形が生じ、BC 間では引張変形が生じる。AC 間および BC 間に生じる左右方向の変形量を、それぞれ λ_a , λ_b としたとき、 λ_a , λ_b にはどのような関係が成り立つか。文字式で示しなさい。(4 点)
- (3) AC 間の変形量 λ_a を図および問題に示した文字を用いて文字式で表しなさい。(4 点)
- (4) BC 間の変形量 λ_b を図および問題に示した文字を用いて文字式で表しなさい。(4 点)
- (5) 以上により得られた方程式を解き、反力 R_A , R_B を図および問題に示した文字を用いて文字式で表しなさい。(8 点、各 4 点)

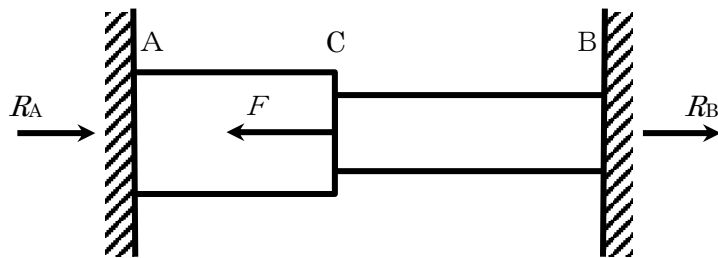


図 1

令和 8 年度 創造工学専攻 学力検査問題

問 3 以下の空欄に当てはまる文字式、用語、計算式、または数値を解答欄の指示に従って記入せよ。(26点)

(1) 機械工学，特に材料力学の分野では，ねじりを受ける棒のことを軸 (shaft) と呼ぶ。

図 2 (a) に示すように，一端が壁に固定され，他端に荷重 W によるねじりモーメント (トルク) $T = \boxed{\text{(ア)}}$ を受ける長さ L の軸を考える。軸の太さは一様であり，直径 $2R$ の円形断面とする。

同図の線分 AB は，ねじりを受けた後に AB' に移動した様子を表している。この時のらせん角 $\gamma_{\max}$ は，一様断面の軸では全長で一定の値をとる。

また，同図の右端，すなわちねじりを受けている端面では， B が B' に移動したことにより，半径線 OB は $\bar{\theta}$ だけ回転している。この角度を $\boxed{\text{(イ)}}$ と呼ぶ。 $\bar{\theta}$ は，軸の長さ L が大きくなるほど比例的に大きくなることから，ねじり変形の程度を表す際は単位長さ当たりの $\boxed{\text{(イ)}}$ ，すなわち

$$\theta = \frac{\bar{\theta}}{L} \quad \text{①}$$

で表現する。この角度を $\boxed{\text{(ウ)}}$ と呼ぶ。

さらに同図からねじり変形が小さいとき，弧 BB' の長さについて次の幾何学的近似が導ける。

$$\gamma_{\max} L = \boxed{\text{(エ)}} \quad \text{②}$$

一方，軸の内部で中心から半径 r ，微小長さ dx の円筒で考えると，図 2 (b)と②式の関係から，

$$\gamma dx = r \bar{\theta}'$$

$$\therefore \gamma = \frac{r \bar{\theta}'}{dx} = r \boxed{\text{(オ)}} \quad \text{③}$$

式③から， γ は $\frac{[\text{弧 } bb']}{[\text{線分 } ab]} = \frac{r \bar{\theta}'}{dx}$ であり，この式から γ はねじりにより発生する $\boxed{\text{(カ)}}$

(の大きさ)を表している。また，この式から γ は $\boxed{\text{(キ)}}$ に比例することがわかり， $r = R$ の時に γ は最大値 $\gamma_{\max}$ となる。

この軸の横断面に作用するせん断応力 τ は材料の横弾性係数を G とすると，フックの法則より

$$\tau = G \boxed{\text{(ク)}} \quad \text{④}$$

で与えられる。式③を用いて代入すると，

$$\tau = G \boxed{\text{(ケ)}}$$

これを R , γ_{max} を用いて表すと

$$= G \boxed{\text{(コ)}} = \frac{r \tau_{max}}{R} \quad \text{⑤}$$

ただし, τ_{max} は軸表面のせん断応力である.

さて, 図 2 (c) に示したせん断応力は, この軸に作用しているトルク T の作用とつりあっている. いま, 中心から r だけ離れた位置にリング状の微小断面積 dA を考えると, このリングに作用するせん断応力の合力 $\boxed{\text{(サ)}} dA$ によって, $\boxed{\text{(シ)}} dA$ のモーメントを生ずる. 従って, トルク T とつりあうためには, 下の関係が成立している必要がある.

$$T = \int_A \boxed{\text{(シ)}} dA \quad \text{⑥}$$

これに式⑤を代入し, $dA = 2\pi r dr$ であることから半径 r で積分する. 積分範囲は r が断面内で変化する範囲から, 式⑥は以下のようになる.

$$T = \int_0^{\boxed{\text{(ス)}}} \boxed{\text{(セ)}}$$

式⑤を用いて τ を τ_{max} で表し, 定数を前に出せば

$$= \boxed{\text{(ソ)}} \int_0^{\boxed{\text{(ス)}}} \boxed{\text{(タ)}}$$

となる. この式を計算すると

$$= \boxed{\text{(チ)}} \quad \text{⑦}$$

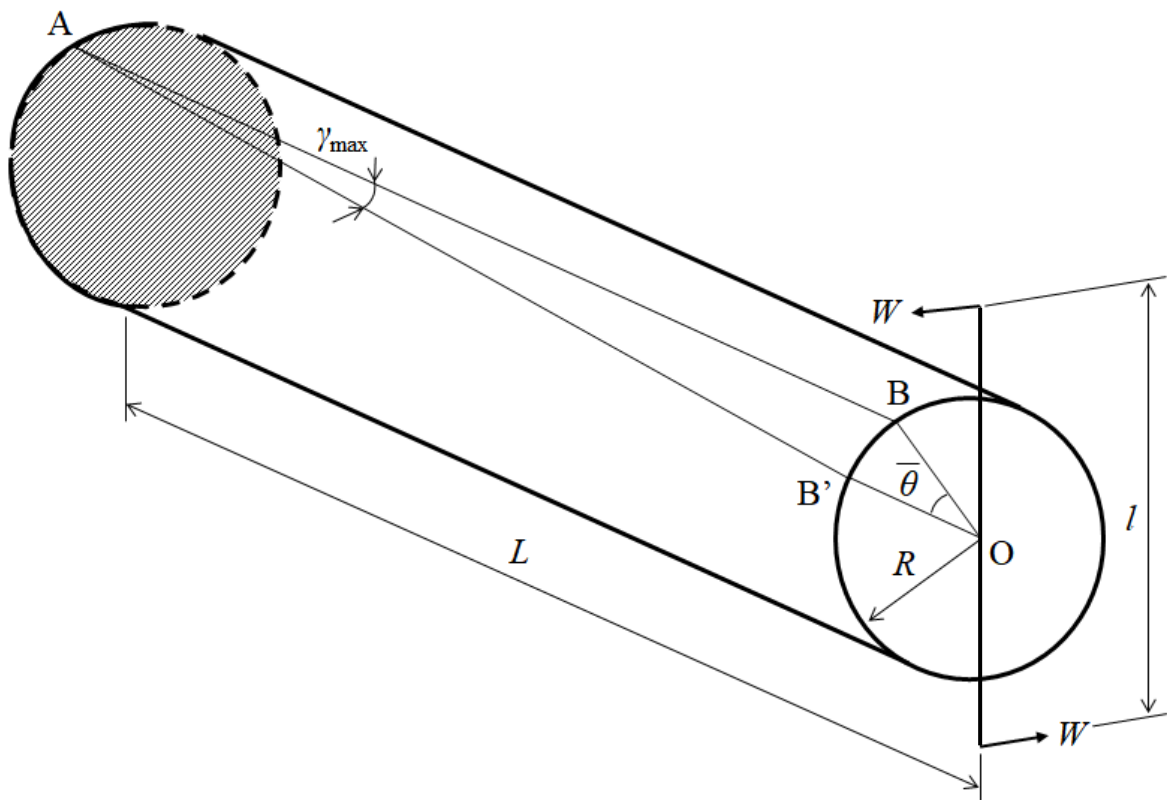
よって,

$$\tau_{max} = \boxed{\text{(ツ)}} T \quad \text{⑧}$$

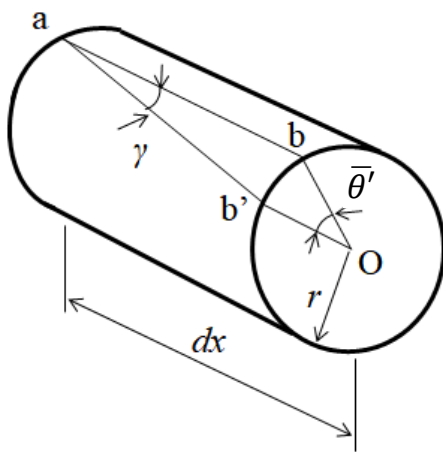
となり, ねじりモーメント T と最大せん断応力 τ_{max} の関係式が得られる.

- (2) 許容せん断応力 $\tau_a = 300 \text{ MPa}$ の材料で軸を製作し, $T_0 = 300 \text{ kN} \cdot \text{mm}$ のトルクを伝達したい. 上の式 ⑧を用いて必要な軸の直径を求め, 解答欄 (テ) に記述せよ. 但し, 安全率は考慮しなく

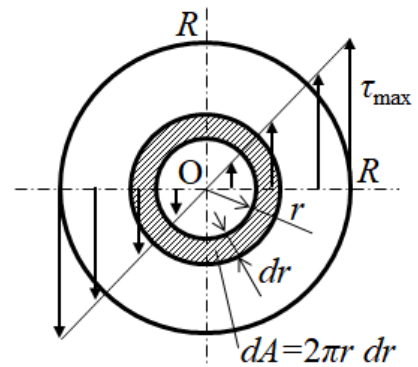
てよい. また, $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.860$ を用いよ.



(a) ねじりを受ける軸



(b) 図(a)の軸の中心部,
直径 $2r$ の微小長さの要素



(c) 軸の横断面のせん断応力分布

図 2

令和 8 年度 創造工学専攻 学力検査問題

問 4 図 3 は長さ ℓ の片持ちばり AB を示しており、先端の点 A および AB の中央である点 C に外力 F が加えられている。外力 $F=400\text{N}$ 、長さ $\ell=1.20\text{ m}$ として以下の問いに答えなさい。(24 点)

- (1) せん断力線図、曲げモーメント線図はそれぞれどのような略称で表されるか。英字の大文字で答えなさい。(各 2 点)
- (2) A-B に作用するせん断力および曲げモーメントを以下の①, ②の指示に従って、それぞれ求めよ。ただし、せん断力や曲げモーメントの正の方向は図 4 に従うものとする。また、自由端からの距離を $x\text{ m}$ とする。(各 3 点×4 計 12 点)
 - ①A-C 間：せん断力の値および曲げモーメントを求める式をそれぞれ求めよ。
 - ②C-B 間：せん断力の値および曲げモーメントを求める式をそれぞれ求めよ。
- (3) 解答用紙の(A)にせん断力線図, (B)に曲げモーメント線図をそれぞれ作成しなさい。せん断力や曲げモーメントに変化を生じる各部において、その大きさが分かるよう数値および単位を付記すること。(4 点×2 計 8 点)

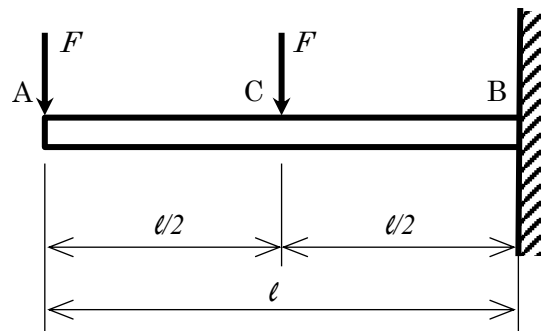


図 3

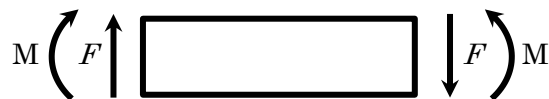


図 4