令和８年度　創造工学専攻　学力検査

電磁気学　　**解答用紙**

受検番号				

問 1　（計 25 点）

（1-1）10 点

$$fx = \frac{Q\cdot\lambda\Delta y}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{{y_n}^2+b^2}\frac{b}{\sqrt{{y_n}^2+b^2}}\ [\mathrm{N}]$$

$$fy = \frac{Q\cdot\lambda\Delta y}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{{y_n}^2+b^2}\frac{y_n}{\sqrt{{y_n}^2+b^2}}\ [\mathrm{N}]$$

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（1-2）5 点

$$F_x = \sum_{n=1}^{N} f_n(x) = \frac{Q\cdot\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=1}^{N}\frac{b\Delta y}{\left(b^2+{y_n}^2\right)^{3/2}}\ [\mathrm{N}]$$

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（1-3）10 点

$$F_x = \lim_{\mathrm{N}\to\infty}\frac{Q\cdot\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=1}^{N}\frac{b\Delta y}{(b^2+{y_n}^2)^{3/2}} = \frac{Q\cdot\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^a\frac{bdy}{(b^2+{y_n}^2)^{3/2}}\ [\mathrm{N}]$$

ここで、$y_n = b\tan\theta$ より、$dy = b\frac{1}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta$

$$F_x = \frac{Q\cdot\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi/4}\frac{b}{(b^2+b^2\tan^2\theta)^{3/2}}b\frac{1}{\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta = \frac{Q\cdot\lambda}{4\pi\varepsilon_0 b}\int_0^{\pi/4}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{Q\cdot\lambda}{4\pi\varepsilon_0 b}[\sin\theta]_0^{\pi/4} = \frac{Q\cdot\lambda\sqrt{2}}{8\pi\varepsilon_0 b}$$

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問２　（計 25 点）

（2-1）5 点

電気力線の本数は　$N = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_0\frac{4\pi a^3}{3} = \frac{4\pi a^3\rho_0}{3\varepsilon_0}$

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（2-2）10 点

ガウスの法則$\int\int \vec{E}\cdot\vec{n}\,dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\,dV$より、$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_0\frac{4\pi r^3}{3}$

$\therefore E = \frac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0}$ [V/m]

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

電磁気学　　解答用紙　　受検番号

問２

(2-3) 10 点

$r<a$ のとき、ガウスの法則 $\int\int \vec{E}\cdot\vec{n}\,\mathrm{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\,dV$ より

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho_0\left(1-\frac{r}{a}\right)dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho_0\left(1-\frac{r}{a}\right)4\pi r^2\mathrm{dr} = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r^3}{3}-\frac{r^4}{4a}\right)$$

$$\therefore E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r}{3}-\frac{r^2}{4a}\right)\ [\mathrm{V/m}]$$

$r>a$ のとき、ガウスの法則 $\int\int \vec{E}\cdot\vec{n}\,\mathrm{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\,dV$ より

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho_0\left(1-\frac{r}{a}\right)dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^a \rho_0\left(1-\frac{r}{a}\right)4\pi r^2\mathrm{dr} = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{a^3}{3}-\frac{a^4}{4a}\right) = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0}\frac{a^3}{12}$$

$$\therefore E = \frac{\rho_0}{12\varepsilon_0}\frac{a^3}{r^2}\ [\mathrm{V/m}]$$

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

東京都立産業技術高等専門学校

電磁気学　　**解答用紙**　　受検番号 | | | | |

問３　10 点

ビオ・サバールの法則$dB=\frac{\mu_0 Idl\sin\theta}{4\pi r^2}$より、円形電流上の電流素$Idl$が点 P につくる磁束密度$dB=\frac{\mu_0 Idl\sin\frac{\pi}{2}}{4\pi(r^2+h^2)}=\frac{\mu_0 Idl}{4\pi(r^2+h^2)}$となる。この$dB$のうち、周回積分したときに$xy$平面に平行な成分は全て打ち消しあい、$z$成分のみが残るため、$dB$の$z$方向成分$dB_z=dB\cos\phi=\frac{\mu_0 Idl}{4\pi(r^2+h^2)}\cdot\frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}}=\frac{\mu_0 rIdl}{4\pi(r^2+h^2)^{3/2}}$となる。

したがって、点 P に発生する磁束密度BはこのdB_zを周回積分すればいいので

$$B=\int_C dB_z=\int_0^{2\pi r}\frac{\mu_0 rIdl}{4\pi(r^2+h^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0 rI}{4\pi(r^2+h^2)^{3/2}}\cdot 2\pi r=\frac{\mu_0 r^2 I}{2(r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}\ [\mathrm{Wb/m^2}]$$

と求まる。

向きはビオ・サバールの法則のベクトル表記$\boldsymbol{dB}=\frac{\mu_0 \boldsymbol{Idl}\times\boldsymbol{r}}{4\pi r^3}$より、電流素$\boldsymbol{Idl}$と距離$\boldsymbol{r}$の外積で求まるののので、$\boldsymbol{+z}$方向となる。

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問４（計 20 点）

（4-1）5 点

正三角形の一つの内角の角度は$\frac{\pi}{3}$ [rad]なので、$\alpha=\beta=\frac{\pi}{6}$となる。また内心から各辺までの距離は$r$で一定なので

$$B=3\times\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3\mu_0 I}{4\pi r}\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi r}$$

となる。

答____________________

（4-2）5 点

正n角形の一つの内角の角度は$\left(\pi-\frac{2\pi}{n}\right)$ [rad]なので、$\alpha=\beta=\frac{\pi-\frac{\ }{n}}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}$となる。また内心から各辺までの距離は$r$で一定なので

$$B=n\times\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\times 2\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}\right)=\frac{n\mu_0 I}{2\pi r}\left(\cos\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{n}+\sin\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{n}\right)=\frac{n\mu_0 I}{2\pi r}\sin\frac{\pi}{n}$$

となる。

答____________________

（4-3）10 点

$$B=\lim_{n\to\infty}\frac{n\mu_0 I}{2\pi r}\sin\frac{\pi}{n}=\frac{\mu_0 I}{2r}\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\pi}\sin\frac{\pi}{n}=\frac{\mu_0 I}{2r}\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}=\frac{\mu_0 I}{2r}\lim_{\frac{\pi}{n}\to 0}\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}=\frac{\mu_0 I}{2r}$$

答____________________

問５　10 点

ローレンツ力$F = qvB = ev_0\mu_0 H$、遠心力$F = m\omega v = m\omega v_0$より、等速円運動ではこれらの力が釣り合っているので

$$\omega = \frac{ev_0\mu_0 H}{mv_0} = \frac{e\mu_0 H}{m}$$

となり、速度v角、速度ω、回転半径rの関係$v = \omega r$から

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{v_0}{\frac{e\mu_0 H}{m}} = \frac{mv_0}{e\mu_0 H}$$

と求まる。

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問６（計 10 点）

(6-1) 5 点

アンペールの法則$\int_C \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J}\cdot d\boldsymbol{S}$より$Hl = NI$が成り立つので

$$H = \frac{NI}{l}$$

となり、自己インダクタンスは

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{N\phi}{I} = \frac{NSB}{I} = \frac{NS\mu_0\mu_r H}{I} = \frac{\mu_0\mu_r SN^2 I}{Il} = \frac{\mu_0\mu_r SN^2}{l}$$

と求まる。

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(6-2) 5 点

ファラデーの法則より$v = \frac{d\phi}{dt} = L\frac{dI}{dt}$なので

$$v = \frac{\mu_0\mu_r SN^2}{l}\frac{d}{dt}I_0(1 - e^{-at}) = \frac{\mu_0\mu_r SN^2}{l}\ I_0 a e^{-at} = \frac{\mu_0\mu_r SN^2 I_0 a}{l}e^{-at}$$

となる。

向きはレンツの法則より、流した電流がつくる磁束を妨げる向きに誘導起電力が発生するのでb→a になる。

答＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿